

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Белоусова Мария Владимировна

Магистерская диссертация

Анализ эксплуатационной надёжности
технических изделий

Направление 010400

Прикладная математика и информатика

Научный руководитель,
доктор физ.-мат. наук,
профессор
Смирнов Н. В.

Санкт-Петербург

2018

| | |
|--|-----------|
| Содержание | |
| Введение | 4 |
| Обзор литературы | 6 |
| Постановка задачи | 8 |
| Основные понятия | 9 |
| Глава 1. Расчет показателя безотказности восстанавливаемых систем на марковских моделях | 11 |
| § 1.1. Структурные схемы надёжности | 11 |
| § 1.2. Переход от структурных схем надёжности к диаграммам состояний и переходов | 12 |
| § 1.3. Составление систем уравнений Колмогорова | 14 |
| § 1.4. Выводы | 17 |
| Глава 2. Методика перевода значения средней наработки на отказ из циклов в километры пробега | 18 |
| § 2.1. Исходные данные | 18 |
| § 2.2. Модель парной линейной регрессии | 20 |
| § 2.3. Верификация модели | 20 |
| 2.3.1. Проверка значимости коэффициента корреляции | 21 |
| 2.3.2. Проверка значимости линейной регрессии | 21 |
| 2.3.3. Проверка гипотезы о гомоскедастичности | 22 |
| § 2.4. Выводы | 23 |
| Глава 3. Идентификация параметров двух законов распределения показателя безотказности | 24 |
| § 3.1. Нахождение параметров нормального распределения для интервального оценивания средней наработки на отказ | 25 |

| | |
|--|-----------|
| § 3.2. Нахождение параметров распределения Вейбулла для интер- вального оценивания средней наработки на отказ | 28 |
| § 3.3. Численный пример | 31 |
| § 3.4. Выводы | 32 |
| Заключение | 33 |
| Список литературы | 34 |
| Приложения | 36 |

Введение

В настоящее время наблюдается ускоряющийся технический прогресс. Он выражается в постоянном увеличении количества модификаций технических и технологических систем, которые требуют повышения эффективности и качества производимых изделий. Это обеспечивается высокой надежностью и ремонтпригодностью разрабатываемого продукта с целью достижения высоких показателей готовности, снижения затрат и максимального срока службы продукции.

Проектирование надежности начинается с разработки модели. При этом используют структурные схемы надежности или деревья неисправностей, при помощи которых представляется взаимосвязь между различными частями (компонентами) системы.

Важной особенностью становится повышение надежности изделия как технической системы в целом, так и каждого ее узла или компоненты. Главной задачей на этапах проектирования систем является построение структуры и определение алгоритмов функционирования. При этом далеко не всегда получается прийти к единственному решению. Существует ряд альтернативных вариантов. Таким образом происходит процесс поиска оптимальной системы путем сопоставления различных модификаций.

Зачастую для анализа надежности используются логико-вероятностные методы. Однако эти методы оказываются недостаточными при исследовании сложных систем. В связи с этим в первой главе данной работы был рассмотрен пример расчета показателя безотказности восстанавливаемой системы на основе марковских моделей.

Помимо этапа проектирования, при котором учитываются конструктивные особенности изделия, часто осуществляется расчет показателей надежности по данным из эксплуатационных испытаний. Процедура обработки данных об отказах необходима для расчета показателей безотказности и

ремонтопригодности. По результатам полученных числовых характеристик производится сравнение с установленными в технической документации значениями. На основе данного сопоставления делается вывод о соответствии или несоответствии конкретного изделия заданным требованиям надежности. Значения показателей надежности в технической документации вводятся на основе испытаний на надежность опытных образцов. Однако в виду различия условий проведения испытаний, процедур фиксации их результатов и единиц измерения, значения показателей надежности, устанавливаемые в технической документации и получаемые в процессе эксплуатации, бывают несравнимы в некотором смысле. Например, при анализе надежности компонентов подвижного состава средняя наработка на отказ (до отказа) как нормируемый показатель безотказности зачастую задается в циклах или часах, а на практике доступна информация о километрах пробега. По этой причине, во втором разделе диссертации приводится специально разработанная методика расчета обобщающего контролируемого показателя надежности (средней наработки на отказ) на примере дверей прислонно-сдвижного типа, которые устанавливаются в вагонах электропоезда пригородного сообщения. Эта методика основана на использовании модели парной линейной регрессии. Она позволяет осуществлять перевод наработки на отказ из циклов открытия/закрытия двери в километры пробега.

В третьем разделе рассматривается проблема корректности формул [9] для вычисления точечных оценок параметров нормального распределения для дальнейшего вычисления интервальных оценок показателей надежности. После этого выводятся соотношения для вычисления показателей надежности в случае распределения Вейбулла. На сформированной из реальных наработок до отказа выборке вычисляется оценка средней наработки до отказа из предположения о законе распределения Вейбулла после обоснованного перехода от нормального закона.

Обзор литературы

Анализ надежности систем на основе марковских моделей рассматривается в относительно небольшом количестве научных источников. Одним из них является монография [1]. В этой книге детально рассмотрены прикладные вопросы марковского моделирования надежности, а также вычислительные схемы расчета показателей надежности восстанавливаемых и невосстанавливаемых систем. Помимо этого, авторами были изложены основные понятия логико-вероятностных методов анализа надежности.

Диаграммы состояний и переходов графически отображают процесс функционирования технической системы. Корректно построенная диаграмма позволяет провести идентификацию отдельных состояний и переходов и тем самым построить четкие графические модели. Детальное описание построения диаграмм состояний и переходов зафиксировано в ГОСТе [2].

Метод структурной схемы надежности позволяет строить модели технических систем и оценивать вероятности благоприятных и неблагоприятных событий. В ГОСТе [3] приведен спектр различных структурных схем надежности, и предложены способы оценки характеристик безотказности и работоспособности систем.

Подробное применение марковских моделей в теории надежности описывается в книгах [4], [5], однако эти работы носят теоретический характер.

Основные определения и характеристики показателей надежности описывается в [6], [7].

Детальное изложение терминов теории вероятностей и методики обработки экспериментальных данных с приведением численных примеров представлено в [8].

Методы оценки показателей надежности по экспериментальным данным при различных исходных данных и предположениях о законе распределения описаны в руководящем документе (РД) [9] и работах [10], [11].

Описание и применение статистических методов построения эмпирических зависимостей, построения интервальных оценок и проверки статистических гипотез изложено в [12]. Широкий спектр критериев проверки гипотез о принадлежности исследуемых данных нормальному закону распределения и выявление плюсов и минусов каждого из предложенного критерия приведено в [13].

Общая постановка задачи

Общую постановку задачи для исследования в целом можно разделить на три подзадачи.

На первом этапе предполагается применение марковских моделей для оценки надежности при проектировании. А именно:

- выбор двух структурных схем надежности с разными типами резервирования;
- описание функционирования технических систем с выбранными структурными схемами с помощью диаграмм переходов и состояний;
- переход от графов состояний и переходов к системам уравнений Колмогорова; решение этих систем; выбор наилучшего типа резервирования в смысле вероятности безотказной работы.

На втором этапе:

- осуществляется сбор и анализ исходных данных;
- строится модель парной линейной регрессии для перевода наработки на отказ из циклов в километры пробега;
- верификация построенной модели парной линейной регрессии.

На третьем этапе:

- выводятся выражения для нахождения параметров нормального распределения наработки до отказа;
- на основе выборки, построенной по реальным данным, делается вывод о законе распределения, наилучшим образом описывающим исследуемый показатель безотказности;
- строятся выражения для идентификации параметров распределения Вейбулла и приводится пример расчета средней наработки до отказа за период эксплуатационных испытаний в один год.

Основные понятия

Приведем основные понятия и термины теории надежности, используемые в данной работе. В основу данного перечня положен ГОСТ [6].

Надежность — свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Примечание. Надежность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать безотказность, долговечность, ремонтпригодность, сохраняемость или определенные сочетания этих свойств.

Безотказность — свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки.

Исправное состояние — состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Неисправное состояние — состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Работоспособное состояние — состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Неработоспособное состояние — состояние объекта, при котором значение хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям нормативно-технической и (или) конструкторской (проектной) документации.

Примечание. Для сложных объектов возможно деление их неработоспо-

способных состояний. При этом из множества неработоспособных состояний выделяют частично неработоспособные состояния, при которых объект способен частично выполнять требуемые функции.

Отказ — событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта.

Наработка — продолжительность или объем работы объекта.

Примечание. Нарботка может быть, как непрерывной величиной (продолжительность работы в часах, километраж пробега и т.п.), так и целочисленной величиной (число рабочих циклов, запусков и т.п.).

Время восстановления — продолжительность восстановления работоспособного состояния объекта.

Восстановление — процесс перевода объекта в работоспособное состояние из неработоспособного состояния.

Вероятность безотказной работы — вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет.

Интенсивность отказов — условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник.

Интенсивность восстановления — условная плотность вероятности восстановления работоспособного состояния объекта, определенная для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента восстановление не было завершено.

Резервирование — способ обеспечения надежности объекта за счет использования дополнительных средств и (или) возможностей, избыточных по отношению к минимально необходимым для выполнения требуемых функций.

Резерв — совокупность дополнительных средств и (или) возможностей, используемых для резервирования.

Глава 1. Расчет показателя безотказности восстанавливаемых систем на марковских моделях

В данной главе будут рассмотрены структурные схемы надёжности, затем на основе них будут строиться графы состояний и переходов. В итоге будут выведены системы дифференциальных уравнений Колмогорова и анализ их решения.

§ 1.1. Структурные схемы надёжности

Необходимым этапом в расчете показателей надежности технических систем является совершенствование характеристик и параметров модели на уровне проектирования. На данном этапе важно выявить наиболее уязвимые узлы и элементы и определить мероприятия по повышению показателей надёжности. Одним из инструментов для решения задач такого вида является моделирование на основе структурной схемы надёжности, под которыми подразумевается система, состоящая из произвольного числа соединённых блоков с нагруженным резервом. Расчет показателей надёжности с применением структурных схем производится с помощью аналитических методов (методы на основе теорем теории вероятностей, логико-вероятностные методы), а также моделирования Монте-Карло.

В данной главе вводится в рассмотрение вариант расчета показателя безотказности на основе марковских случайных процессов с использованием структурной схемы надёжности.

Рассмотрим две структурные схемы надежности с различными типами резервирования (рис.1, 2).

Элементы A_1 и A_2 обладают интенсивностью отказов λ_1 и интенсивностью восстановления μ_1 , а B_1, B_2 и B_3 — λ_2 и μ_2 соответственно.

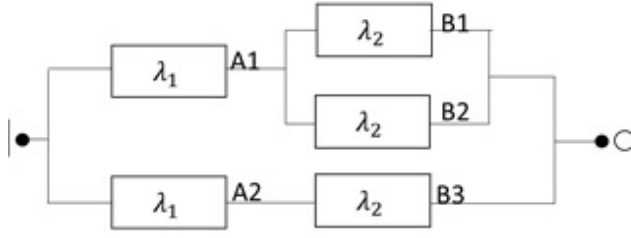


Рис. 1. Структурная схема №1

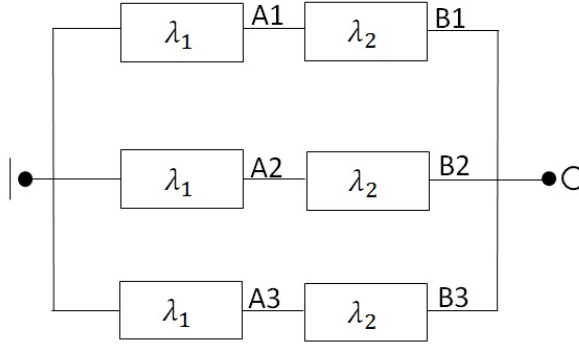


Рис. 2. Структурная схема №2

§ 1.2. Переход от структурных схем надежности к диаграммам состояний и переходов

На практике часто встречаются системы, изменение состояний которых происходит в случайные моменты времени.

Будем исследовать процесс с дискретными состояниями S_1, S_2, \dots, S_n и непрерывным временем t . Вместо переходных вероятностей рассматриваются плотности вероятности перехода

$$\lambda_{ij} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_{ij}(\Delta t)}{\Delta t},$$

где $p_{ij}(\Delta t)$ — вероятность того, что из состояния S_i , в котором система находилась в момент времени t , за время Δt перейдет в состояние S_j .

Составим диаграммы состояний и переходов с учетом особенности структуры данных схем, предварительно разбив их на подсистемы.

Для структурной схемы №1 выделим две подсистемы (рис.3).

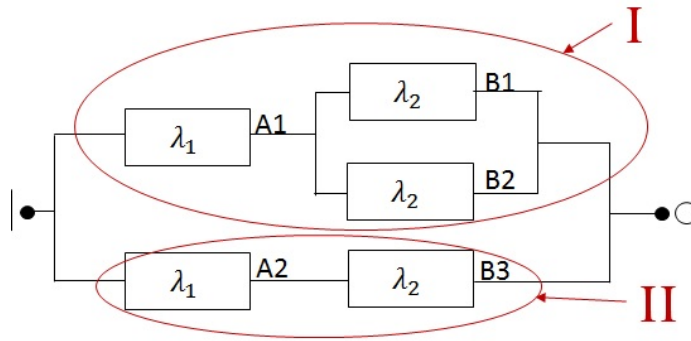


Рис. 3. Разделение структурной схемы №1 на подсистемы

Для выделенных блоков I и II получим два графа состояний и переходов соответственно (рис.4).

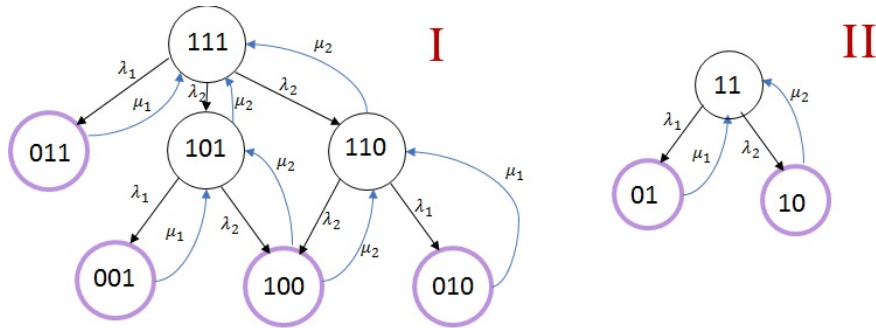


Рис. 4. Графы состояний и переходов для блоков I и II схемы №1

Структурная схема №2 состоит из блоков I , II и III (рис. 5), которые можно описать одним графом состояний и переходов (рис.6)

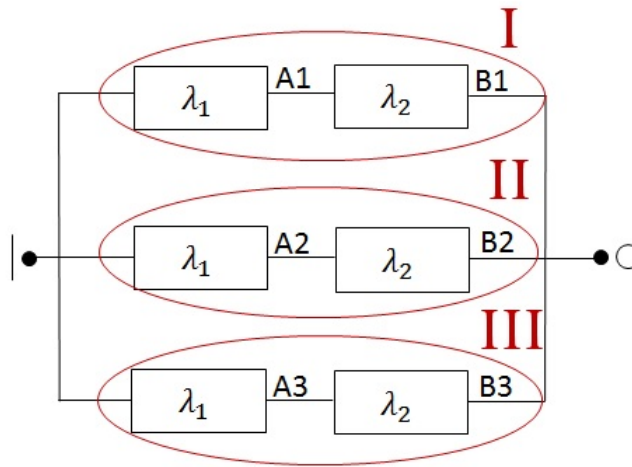


Рис. 5. Разделение структурной схемы №2 на подсистемы

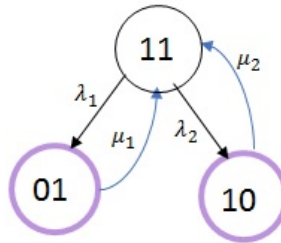


Рис. 6. Граф состояний и переходов для блоков I, II и III схемы №2

§ 1.3. Составление систем уравнений Колмогорова

На данном этапе можно составить системы уравнений Колмогорова для каждого из графов. Для блока I структурной схемы №1 получим следующую систему

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_{111}}{dt} = -(\lambda_1 + 2\lambda_2)P_{111}(t) + \mu_1 P_{011}(t) + \mu_2(P_{101}(t) + P_{110}(t)), \\ \frac{dP_{011}}{dt} = -\mu_1 P_{011}(t) + \lambda_1 P_{111}, \\ \frac{dP_{101}}{dt} = -(\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2)P_{101}(t) + \lambda_2 P_{111}(t) + \mu_1 P_{001}(t) + \mu_2 P_{100}(t), \\ \frac{dP_{001}}{dt} = -\mu_1 P_{001}(t) + \lambda_1 P_{101}(t), \\ \frac{dP_{100}}{dt} = -2\mu_2 P_{100}(t) + \lambda_2(P_{101}(t) + P_{110}(t)), \\ \frac{dP_{110}}{dt} = -(\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_2)P_{110}(t) + \lambda_2 P_{111}(t) + \mu_2 P_{100}(t) + \mu_1 P_{010}, \\ \frac{dP_{010}}{dt} = -\mu_1 P_{010}(t) + \lambda_1 P_{110}(t), \\ P_{111}(t) + P_{011}(t) + P_{101}(t) + P_{001}(t) + P_{100}(t) + P_{110}(t) + P_{010}(t) = 1 \end{array} \right. \quad (1)$$

Начальные условия:

$$P_{111}(0) = 1, P_{011}(0) = P_{101}(0) = P_{001}(0) = P_{100}(0) = P_{110}(0) = P_{010}(0) = 0.$$

Граф состояний и переходов блока *II* первой структурной схемы можно описать системой уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_{11}}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2)P_{11}(t) + \mu_1 P_{01}(t) + \mu_2 P_{10}(t), \\ \frac{dP_{01}}{dt} = -\mu_1 P_{01}(t) + \lambda_1 P_{11}(t), \\ \frac{dP_{10}}{dt} = -\mu_2 P_{10}(t) + \lambda_2 P_{11}(t), \\ P_{11}(t) + P_{01}(t) + P_{10}(t) = 1 \end{array} \right. \quad (2)$$

Начальные условия:

$$P_{11}(0) = 1, P_{01}(0) = P_{10}(0) = 0.$$

Зададим значения интенсивностей отказов и восстановлений: $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 3$, $\mu_1 = 5$, $\mu_2 = 6$. На рис. 7 представлено решение системы уравнений

для подсистемы I , а на рис. 8 — решение системы уравнений для подсистемы II .

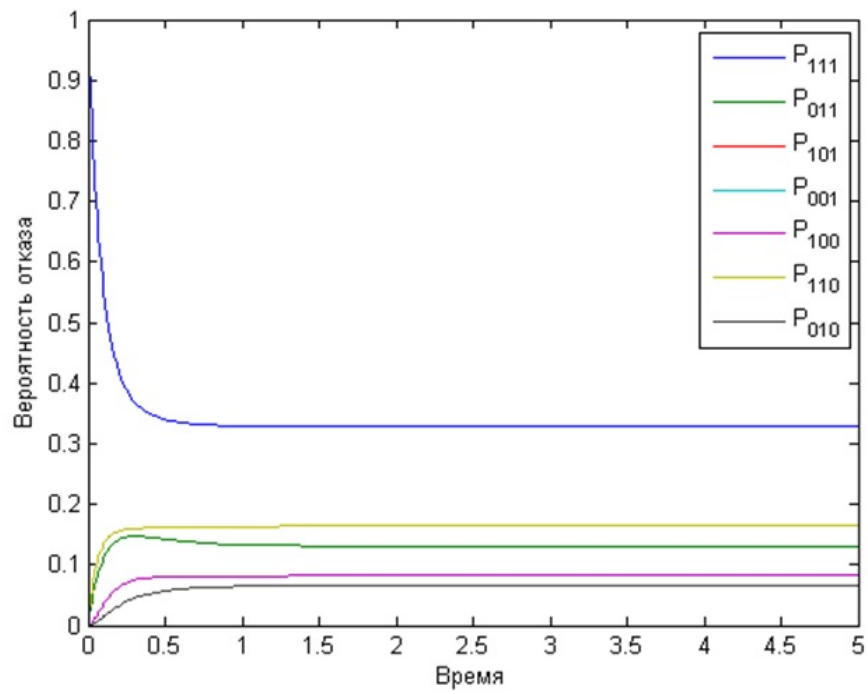


Рис. 7. Решение системы (1)

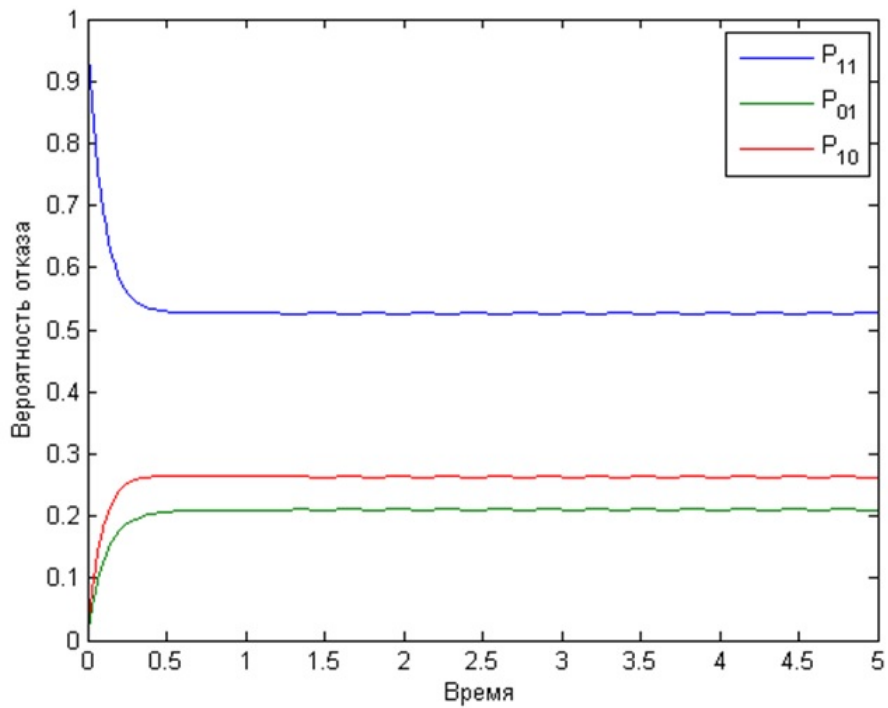


Рис. 8. Решение системы (2)

Тогда, решив системы уравнений (1) и (2), найдем вероятности отказа блоков I и II соответственно

$$\begin{aligned} Q_{1_I} &= P_{011}(t) + P_{001}(t) + P_{100}(t) + P_{010}(t), \\ Q_{1_{II}} &= P_{01}(t) + P_{10}(t). \end{aligned}$$

Отсюда находится вероятность безотказной работы всей схемы №1

$$P_1 = 1 - Q_{1_I} Q_{1_{II}}.$$

Вследствие того, что граф состояний и переходов подсистем I , II и III структурной схемы №2 совпадает с графом подсистемы II структурной схемы №1, то ему будет соответствовать система уравнений Колмогорова (2).

Для схемы №2 аналогичным образом получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned} Q_{2_I} &= Q_{2_{II}} = Q_{2_{III}} = P_{01}(t) + P_{10}(t), \\ P_2 &= 1 - Q_{2_I} Q_{2_{II}} Q_{2_{III}}. \end{aligned}$$

§ 1.4. Выводы

При заданных интенсивностях отказов и восстановлений получили численные значения вероятностей безотказной работы схем №1 и №2

$$P_1 = 1 - Q_{1_I} Q_{1_{II}} = 0,837, P_2 = 1 - Q_{2_I} Q_{2_{II}} Q_{2_{III}} = 0,959.$$

Можно сделать вывод, что в данном случае вероятность безотказной работы схемы №2 практически 96%, тогда как схемы №1 лишь 84%. Значит, схема №2 является оптимальной.

Глава 2. Методика перевода значения средней наработки на отказ из циклов в километры пробега

В вагоностроении наработка подвижного состава чаще всего измеряется в километрах пробега. Однако функционирование большого количества компонентов вагонов оценивается в циклах, часах и т.д. Именно в этих единицах измерения в большинстве случаев происходит формирование значений показателей надежности по итогам испытаний опытных изделий. В процессе оценки показателя безотказности для дверей прислонно-сдвижного типа, устанавливаемых на электропоезда пригородного сообщения, возникла необходимость аппроксимирующего перевода наработки, выраженной в циклах открытия/закрытия, в наработку, выраженную в километрах пробега. Вследствие возникшей проблемы было принято решение о построении математической модели, наилучшим образом отражающей зависимость двух разноименных величин. Чаще всего математические модели строятся и верифицируются на основе исходных наблюдений рассматриваемого показателя и объясняющих факторов. В данном случае исходными данными являются один фактор (циклы открытия/закрытия) и один показатель (километры пробега), следовательно, для решения поставленной задачи можно использовать модель парной линейной регрессии.

§ 2.1. Исходные данные

Цель данного исследования сводится к выявлению вида зависимости между зависимой переменной y (километры пробега электропоезда) от зависимой x (циклы открытия/закрытия дверного блока). В подобных случаях в технических, социально-экономических и других исследованиях применяют регрессионный анализ. Рассмотрим применение модели парной линейной регрессии на примере перевода значения наработки из циклов в километры для прислонно-сдвижных дверей электропоездов пригородного сообщения.

Контролируемым показателем надежности дверного блока в соответствии с технической документацией является средняя наработка двери на отказ T_{td}^{km} — не менее 300000 циклов открытия/закрытия.

На первом этапе была сформирована выборка по 17 моторвагонным депо (рис. 9) и 27 направлениям следования электропоездов.

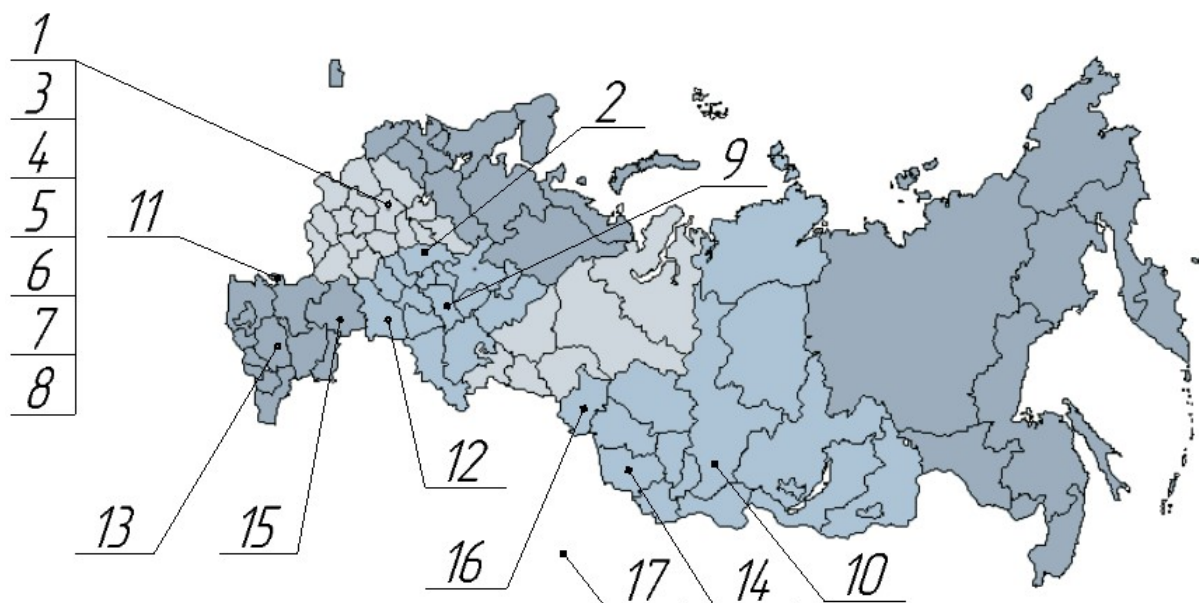


Рис. 9. Территориальное расположение моторвагонных депо

В качестве объекта исследования используется l_i — количество циклов открытия/закрытия и S_i — расстояние в километрах, пройденное электропоездом за соответствующее количество циклов l_i в i -м направлении, $i = \overline{1, n}$ (таблица 1).

| i | l_i | S_i | i | l_i | S_i | i | l_i | S_i |
|-----|-------|---------|-----|-------|---------|-----|-------|---------|
| 1 | 11 | 20,853 | 10 | 19 | 40,0389 | 19 | 27 | 93,6574 |
| 2 | 12 | 36,5727 | 11 | 21 | 53,6669 | 20 | 28 | 62,5396 |
| 3 | 12 | 26,9275 | 12 | 21 | 61,2759 | 21 | 29 | 66,8559 |
| 4 | 13 | 34,0387 | 13 | 22 | 58,8737 | 22 | 30 | 62,365 |
| 5 | 13 | 35,8461 | 14 | 22 | 46,6185 | 23 | 34 | 64,4684 |
| 6 | 13 | 55,4732 | 15 | 23 | 50,6731 | 24 | 39 | 106,451 |
| 7 | 13 | 34,7382 | 16 | 23 | 42,7334 | 25 | 42 | 105,483 |
| 8 | 14 | 32,3032 | 17 | 24 | 59,7328 | 26 | 47 | 129,837 |
| 9 | 15 | 28,8071 | 18 | 24 | 43,8535 | 27 | 47 | 102,54 |

Таблица 1. Пробег

§ 2.2. Модель парной линейной регрессии

Предполагается, что между фактором и показателем существует зависимость вида $y = \lambda + \beta x + \varepsilon$. Выбирается функция $\hat{f}(x)$, значения параметров которой находится таким образом, чтобы минимизировать сумму квадратов отклонений фактических значений y_i от расчетных $\hat{y}_i = \hat{f}(x_i)$:

$$\min \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2.$$

По исходным данным была построена диаграмма зависимости показателя (км) от фактора (циклы), затем были вычислены коэффициенты регрессии a и b , и значения \hat{y}_i , на корреляционном поле была построена линия регрессии (рис. 10).

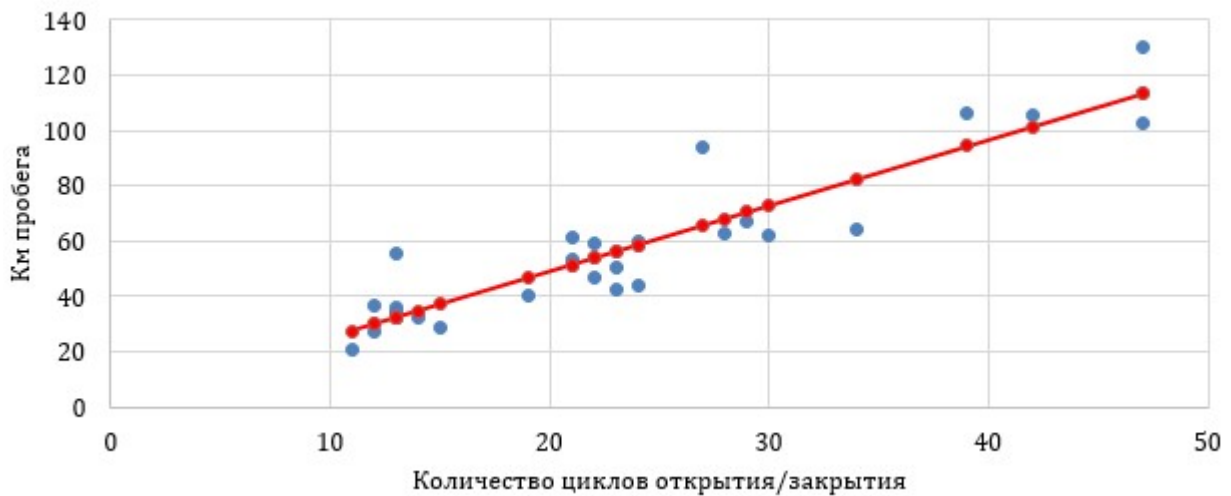


Рис. 10. Диаграмма зависимости показателя (км) от фактора (циклы) и линейная регрессия

Таким образом, уравнение парной линейной регрессии имеет вид:

$$\hat{y} = 2,38684x + 1,27483.$$

§ 2.3. Верификация модели

Для обоснования корректности полученного уравнения парной линейной регрессии применим гипотезы о статистической значимости полученных оценок.

2.3.1. Проверка значимости коэффициента корреляции

Показателем тесноты линейной зависимости двух случайных переменных является коэффициент линейной корреляции Пирсона [14], оценкой которого является выборочный коэффициент корреляции r_{xy} . При значении $r = 0$ величины x и y независимы, а при $r = 1$ можно говорить о функциональной зависимости между переменными. В данном случае $r_{xy} = 92\%$. Для проверки гипотезы H_0 о статистической значимости коэффициента r_{xy} используется t -критерий Стьюдента. Вычисляется статистика

$$t_r = \frac{r_{xy}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_{xy}^2}},$$

имеющая при справедливости альтернативной ей гипотезы H_1 распределение Стьюдента с числом степеней свободы $n - 2$. Найденное значение t_r сравнивается с табличным t_{tab} , и в случае $|t_r| \geq t_{tab}$ коэффициент r_{xy} значимо отличается от нуля с вероятностью 95%. Получили $t_r = 57,5$, что больше $t_{tab} = 2,06$, определяемого по таблице распределения Стьюдента при $n - 2$ степенях свободы как критическая точка, соответствующая двусторонней критической области с уровнем значимости 5%. Следовательно, можно признать коэффициент r_{xy} статистически значимым, и, согласно шкале Чеддока, теснота связи между показателем и фактором весьма высокая.

2.3.2. Проверка значимости линейной регрессии

Также проверим значимость линейной регрессии в целом на основе F -критерия Фишера [14].

В соответствии с основной идеей дисперсионного анализа общая сумма квадратов отклонений показателя от его среднего значения состоит из двух составляющих: «объясненной» (обусловленной влиянием фактора) и «необъясненной» (вызванной воздействием неучтенных причин). Для оценки различия между дисперсиями (факторной и остаточной), соответствующим этим

суммам, вычисляется значение F -статистики Фишера. Его можно получить из отношения фактической и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы, или через коэффициент детерминации R^2 :

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot (n - 2).$$

Если значение этой статистики больше критического значения при уровне значимости 5%, то гипотеза H_0 о незначимости линейной регрессии отвергается. При подстановке исходных данных получаем, что $F = 132,4$, что больше критической точки по таблице распределения Фишера $F = 4,24$ с $(1, (n - 2))$ степенями свободы, значит, построенное уравнение регрессии статистически значимо.

2.3.3. Проверка гипотезы о гомоскедастичности

Одним из основных предположений регрессионного анализа важную роль играет предположение о гомоскедастичности, которое заключается в равенстве дисперсий наблюдений [14]:

$$D(y_i) = \sigma^2, \quad i = \overline{1, n}.$$

Гетероскедастичность характеризуется достаточно большими отклонениями наблюдений для малых и больших значений фактора от линии регрессии. Невыполнение данного предположения ухудшает качество оценки неизвестных параметров: гетероскедастичность может вызвать смещенность оценок коэффициентов регрессии. Для обнаружения гетероскедастичности используют метод Голдфельда — Квандта. Для этого из выборки исключаются m центральных наблюдений и строятся две независимые модели регрессии, для каждой из которых рассчитываются суммы квадратов остатков:

$$\tilde{S}_1^2 = \sum_{i=1}^{\frac{n-m}{2}} (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad \tilde{S}_2^2 = \sum_{i=\frac{n+m}{2}+1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2.$$

Далее рассчитывается статистика $\tilde{F} = \frac{\tilde{S}_2^2}{\tilde{S}_1^2}$. Если гипотеза верна, то F -статистика имеет распределение Фишера с $\left(\frac{n-m}{2} - 2; \frac{n-m}{2} - 2\right)$ степенями свободы. Получили значение $\tilde{F} = 2,58$, а критическое значение по таблице распределения Фишера $F_{tab} = 3,79$. В силу того, что $\tilde{F} < F_{tab}$, гипотеза гомоскедастичности принимается.

§ 2.4. Выводы

Таким образом, получаем значение контролируемого показателя надежности (средняя наработка на отказ) $T_{td}^{km} = 716053$, найденного с помощью уравнения парной линейной регрессии. Полученные результаты предназначены для использования в качестве контролируемого показателя надежности при оценке уровня безотказности дверных блоков прислонно-сдвижного типа. Данный подход можно рекомендовать для оценки средней наработки на отказ других узлов наземного пассажирского транспорта, работающих в циклическом режиме.

Глава 3. Идентификация параметров двух законов распределения показателя безотказности

Одной из важнейших задач в исследовании и обеспечении надежности технических изделий — выявление закономерностей возникновения отказов, прогнозирование и вычисление вероятности отказа. Используемые для решения данной задачи методы базируются на том, что отказ является случайным событием. Для определения и разработки превентивных мер, а также сокращения последствий данного события, помимо физических причин отказа, нужно выявить статистические и вероятностные закономерности появления неисправности по результатам опытных испытаний и эксплуатации.

В результате экспериментальной проверки характеристики надежности технических изделий определяются более полно и корректно, что дает возможность оценить воздействие внешних условий и нагрузок. Тем не менее, производство достоверной экспериментальной оценки надежности требует затрат труда, средств и времени, а в некоторых случаях ее осуществление физически невозможно. В таких случаях можно указать границы возможных значений показателей надежности, исходя из предположения о законе распределения отказов.

Информация о законах распределения показателей надежности дает возможность определять их при проектировании и прогнозировать в процессе эксплуатации. Из широкого спектра законов распределения случайных величин, наибольшее применение в теории надежности имеют несколько основных: Пуассона и биномиальный — для дискретных величин; нормальный, показательный и Вейбулла — для непрерывных.

§ 3.1. Нахождение параметров нормального распределения для интервального оценивания средней наработки на отказ

Для вычисления интервальных оценок показателей надежности необходимо сначала найти точечные оценки параметров распределения. При рассмотрении случая нормального распределения наработки до отказа, при плане испытаний на надежность $[NUT]$ (испытываются N изделий, невосстанавливаемых, по истечении наработки T), в [9] приводятся следующие формулы для вычисления точечных оценок (см. рис. 11).

| | |
|--|---|
| $\begin{matrix} [NUT] \\ [NUN] \end{matrix}$ | $\sum_{i=1}^m \frac{t_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} + (N-m) \frac{f_0\left(\frac{\hat{\mu} - t_m}{\hat{\sigma}}\right)}{\Phi_0\left(\frac{\hat{\mu} - t_m}{\hat{\sigma}}\right)} = 0$ $m - \sum_{i=1}^m \left(\frac{t_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) + (N-m) \frac{\hat{\mu} - t_m}{\hat{\sigma}} \cdot \frac{f_0\left(\frac{\hat{\mu} - t_m}{\hat{\sigma}}\right)}{\Phi_0\left(\frac{\hat{\mu} - t_m}{\hat{\sigma}}\right)} = 0$ |
|--|---|

Рис. 11. Формулы для вычисления точечных оценок параметров нормального распределения из [9]

При расчете оценки средней наработки на отказ на основе реальных данных, значение, полученное в результате вычислений, оказалось неадекватным. При дальнейшем рассмотрении данных численных выражений и их анализе было принято решение о выведении соотношений для вычисления параметров нормального распределения методом максимального правдоподобия.

Для N изделий рассмотрим совокупность наработок до отказа t_i , расположенных в порядке неубывания:

$$t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_n < T,$$

где T — продолжительность испытаний, n — число отказов за T .

Тогда выражение для вероятности с ограничением длительности T име-

ет вид

$$P = f(t_1)f(t_2), \dots, f(t_i), \dots, f(t_n)\Delta t_1\Delta t_2, \dots, \Delta t_i, \dots, \Delta t_n(1 - F(T))^{N-n},$$

что равносильно

$$\frac{P}{\Delta t_1\Delta t_2, \dots, \Delta t_i, \dots, \Delta t_n} = \prod f(t_i)(1 - F(T))^{N-n}.$$

Тогда функция правдоподобия будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} L = \ln \frac{P}{\Delta t_1\Delta t_2, \dots, \Delta t_i, \dots, \Delta t_n} &= \sum_{i=1}^n \ln f(t_i) + \ln(1 - F(T))^{N-n} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow L &= \sum_{i=1}^n \ln f(t_i) + (N - n) \ln(1 - F(T)). \end{aligned} \quad (3)$$

Для случая нормального закона распределения плотность распределения наработки до отказа

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(t - \mu)^2}{2\sigma^2}},$$

а интегральная функция распределения

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{\frac{-(t - \mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Оценки параметров μ и σ будем определять из условий

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial \sigma} = 0.$$

Получим следующие соотношения для нахождения параметров нормального распределения

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \mu} \ln f(t_i) + (N - n) \frac{\partial}{\partial \mu} \ln(1 - F(T)) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln f(t_i) + (N - n) \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln(1 - F(T)) = 0. \quad (5)$$

Преобразуем уравнение (4):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \mu} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(t_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \right) + (N - n) \frac{\partial}{\partial \mu} \ln(1 - F(T)) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \frac{\partial L}{\partial \mu} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\ln \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \right) + \ln \left(e^{\frac{-(t_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \right) \right) - (N - n) \frac{f(T)}{1 - F(T)} \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \frac{\partial L}{\partial \mu} &= \sum_{i=1}^n \frac{(t_i - \mu)}{2\sigma^2} - (N - n) \frac{f(T)}{1 - F(T)} = 0. \tag{6}
\end{aligned}$$

Аналогичным образом преобразуем уравнение (5):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \sigma} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(t_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \right) + (N - n) \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln(1 - F(T)) \Leftrightarrow \\
\frac{\partial L}{\partial \sigma} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(t_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \right) + (N - n) \frac{\partial}{\partial \sigma} \ln(1 - F(T)) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \frac{\partial L}{\partial \sigma} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\ln \left(\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \right) + \ln \left(e^{\frac{-(t_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \right) \right) - (N - n) \frac{f(T)}{1 - F(T)} \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \frac{\partial L}{\partial \sigma} &= -\frac{1}{\sigma} + \sum_{i=1}^n \frac{(t_i - \mu)^2}{\sigma^3} - (N - n) \frac{f(T)}{1 - F(T)} = 0 \tag{7}
\end{aligned}$$

По полученным соотношениям (6), (7) можно численно найти точечные оценки параметров нормального распределения (алгоритм реализован в Приложении mrr3.m, см. раздел Приложения), используемые для нахождения интервальных оценок показателей надежности (см. формулы рис. 12, [9]).

Т а б л и ц а 51

Формулы для вычисления интервальных оценок показателей надежности для нормального распределения

| Показатель надежности | Формулы для вычисления доверительных границ уровня | |
|---|--|--|
| | нижней | верхней |
| Средняя наработка до отказа (средний ресурс, срок службы, срок сохраняемости, время восстановления) | $\hat{\mu} - t_q(r-1) \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{r}}$ | $\hat{\mu} + t_q(r-1) \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{r}}$ |
| Гамма-процентная наработка до отказа, гамма-процентный ресурс (срок службы, срок сохраняемости) | $\hat{T}_{ср} - K_1(\gamma, q, r) \hat{\sigma}$ | $\hat{T}_{ср} + K_1(\gamma, q, r) \hat{\sigma}$ |

Рис. 12. Интервальные оценки

§ 3.2 Нахождение параметров распределения Вейбулла для интервального оценивания средней наработки на отказ

В процессе нахождения оценок показателей надежности из предположения нормального закона распределения была сформирована выборка из наработок до отказа за все время фиксации данных. После этого были вычислены значения показателей эксцесса

$$g_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}} = -0,291389$$

и асимметрии

$$g_2 = \frac{m_4}{m_2^2} - 3 = -0,769712$$

по формулам из работы [8]. Вследствие чего было принято решение выполнить проверку нормальности распределения по критерию Дэвида — Хартли — Пирсона [8], [13], используя размах варьирования R :

$$U = \frac{R}{s},$$

где

$$R = t_{max} - t_{min}, \quad s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2$$

несмещенная оценка дисперсии. Гипотеза о нормальности отвергается, если $U < U_{\frac{\alpha}{2}}$ или $U > U_{1-\frac{\alpha}{2}}$. При уровне значимости 0,1 процентные точки стати-

стики U : $U_{\frac{\alpha}{2}} = 3,958$, $U_{1-\frac{\alpha}{2}} = 5,508$. Таким образом, значение $U = 3,81 < U_{\frac{\alpha}{2}}$, значит, стоит отвергнуть гипотезу о нормальном законе распределения наработки до отказа.

В программной среде STATISTICA был проведен анализ на выявление наиболее подходящего закона распределения по заданной выборке. В результате данного анализа было выявлено (см. рис. 13, 14), что лучше всего средняя наработка до отказа описывается законом распределения Вейбулла. Помимо этого p-value по критерию согласия χ^2 имеет значение 0,93, что говорит об обоснованности данного предположения.

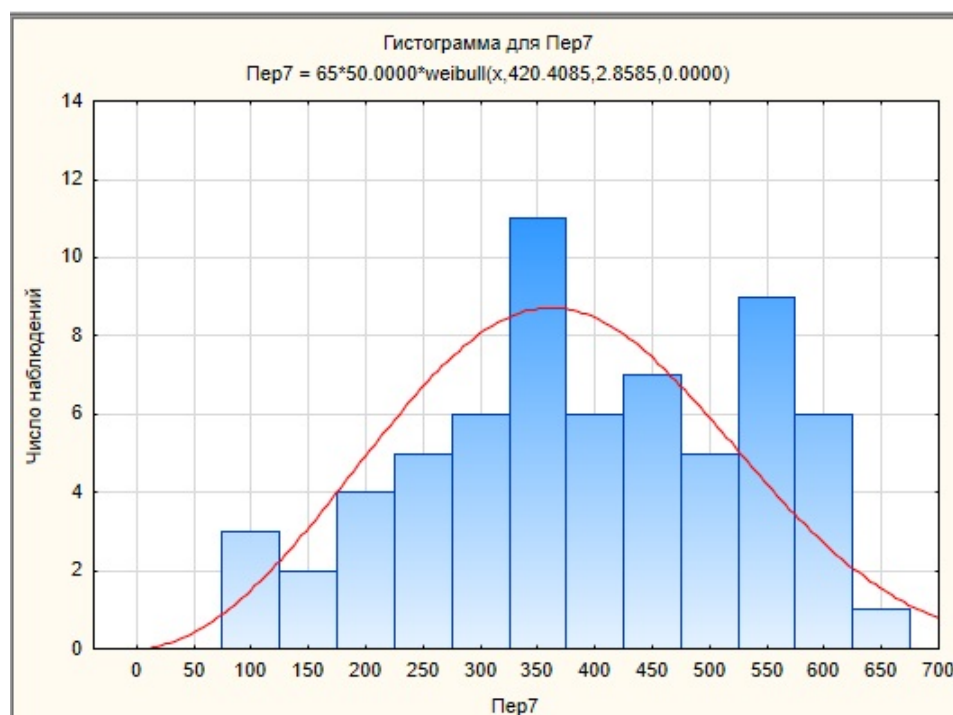


Рис. 13. Гистограмма частот

| | Хи-квадрат р-знач. |
|--|-----------------------|
| Вейбулла (масштаб,форма) | 0,938448 |
| Нормальное (положение,масштаб) | 0,679369 |
| Обобщ. экстремальных знач. (положение,масштаб,форма) | 0,282102 |
| Релея (масштаб) | 0,269219 |
| Обобщённое Парето (масштаб,форма) | 0,022862 |
| Треугольное(мин.,макс.,мода) | 0,005468 |
| Логнормальное (масштаб,форма) | 0,000616 |
| Полунормальное (масштаб) | 0,000000 |

Рис. 14. Статистики распределения из STATISTICA

Вследствие полученных выводов, возникает задача нахождения параметров распределения Вейбулла для оценки средней наработки до отказа.

Как и при попытке расчета параметров нормального распределения, соотношения из [9] (рис. 15), рекомендуемые для получения параметров распределения Вейбулла, вызывают затруднения.

РД 50—690—89 С. 45

Таблица 41

Формулы для вычисления точечных оценок параметров
распределения Вейбулла ($N \geq 15$)

| План испытаний | Формулы для определения | |
|-------------------|--|--|
| | \hat{a} | \hat{b} |
| [NUN] | $\left(\frac{\sum_{i=1}^N t_i^{\hat{b}}}{N} \right)^{1/\hat{b}}$ | $\left(\frac{N}{\hat{b}} + \sum_{i=1}^N \ln t_i \right) \sum_{i=1}^N t_i^{\hat{b}} -$ $- N \sum_{i=1}^N t_i^{\hat{b}} \ln t_i = 0$ |
| [NUT] [NUR] | $\left[\frac{\sum_{i=1}^m t_i^{\hat{b}} + (N-m)t_m^{\hat{b}}}{m} \right]^{1/\hat{b}}$ | $\left(\frac{m}{\hat{b}} + \sum_{i=1}^m \ln t_i \right) \left[\sum_{i=1}^m t_i^{\hat{b}} + (N-m)t_m^{\hat{b}} - \right.$ $\left. - m \sum_{i=1}^m t_i^{\hat{b}} \ln t_i + (N-m)t_m^{\hat{b}} \ln t_m \right] = 0$ |

Рис. 15. Формулы для вычисления точечных оценок параметров распределения Вейбулла по [9]

Функция правдоподобия в общем виде имеет вид (3), перепишем ее, используя выражения плотности распределения Вейбулла

$$f(t) = \frac{m}{t_0} t^{m-1} e^{-\frac{t^m}{t_0}}$$

и функции распределения

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t^m}{t_0}},$$

где t_0 характеризует масштаб кривой распределения, а m — форму кривой плотности распределения.

Оценки параметров t_0 и m будем определять из условий

$$\frac{\partial L}{\partial t_0} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial m} = 0.$$

Получим следующие уравнения для нахождения параметров распределения Вейбулла

$$\frac{\partial L}{\partial t_0} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial t_0} \ln f(t_i) + (N - n) \frac{\partial}{\partial t_0} \ln(1 - F(T)) = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial m} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial m} \ln f(t_i) + (N - n) \frac{\partial}{\partial m} \ln(1 - F(T)) = 0. \quad (9)$$

Преобразуем выражение (8):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial t_0} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial t_0} \ln \left(\frac{m}{t_0} t_i^{m-1} e^{-\frac{t_i^m}{t_0}} \right) + (N - n) \frac{\partial}{\partial t_0} \ln \left(e^{-\frac{T^m}{t_0}} \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{\partial L}{\partial t_0} = -\frac{1}{t_0} + \sum_{i=1}^n \frac{t_i^m}{t_0^2} + (N - n) \frac{T^m}{t_0^2} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Аналогичным образом упростим выражение (9):

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial m} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial m} \ln \left(\frac{m}{t_0} t_i^{m-1} e^{-\frac{t_i^m}{t_0}} \right) + (N - n) \frac{\partial}{\partial m} \ln \left(e^{-\frac{T^m}{t_0}} \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{\partial L}{\partial m} = -\frac{1}{m} + \sum_{i=1}^n \ln(t_i) \left(1 - \frac{t_i^m}{t_0} \right) + (N - n) \left(-\frac{T^m}{t_0} \ln(T) \right) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Из уравнений (10), (11) можно численно найти искомые оценки распределения Вейбулла для расчета средней наработки до отказа. Алгоритм реализован в Приложении Weibull.m, см. раздел Приложения.

§ 3.3. Численный пример

Вычислим точечную оценку средней наработки до отказа за продолжительность испытаний в 365 дней при условии, что известен вектор наработок до отказа за этот период, по формуле

$$t_c = t_0^{\frac{1}{m}} \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right), \quad (12)$$

где

$$\Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right)$$

— гамма-функция, а значения параметров t_0 и m получены из уравнений (10), (11).

При подстановке получаем:

$$t_c = t_0^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) = 0,88567 \cdot 31523000^{\frac{1}{2,108}} = 3195,18. \quad (13)$$

Значит, оценка средней наработки до отказа при заданных исходных данных $t_c = 3195$ дней.

§ 3.4. Выводы

По итогам данного исследования были получены численные выражения для нахождения параметров нормального распределения и распределения Вейбулла. Данные результаты можно использовать для вычисления точечных и интервальных оценок показателей безотказности. Помимо этого, по реальным данным о наработках до отказа конкретного технического изделия за 8 лет, был принят обоснованный вывод о законе распределения и приведен численный пример расчета средней наработки до отказа за период испытаний в 1 год.

Заключение

К основным результатам работы можно отнести:

- для решения задач анализа надежности различных технических изделий осуществлен обоснованный выбор соответствующих математических моделей;
- в первой главе марковские модели применены для расчета вероятностей безотказной работы для двух структурных схем надежности;
- во второй главе решена задача перевода значения средней наработки на отказ из циклов в километры пробега, что имеет практическое значение при анализе надежности компонентов подвижного состава железнодорожного транспорта;
- в третьей главе проведена идентификация параметров двух законов распределения показателя безотказности; на основе фактической выборки наработок до отказа сделан обоснованный вывод о ее соответствии распределению Вейбулла; проведен расчет средней наработки до отказа для реальной выборки;
- по результатам работы к печати подготовлены статьи [15], [16].

Список литературы

1. Викторова В. С., Степанянц А. С. Модели и методы расчета надежности технических систем. М.: ЛЕНАНД, 2014. 256 с.
2. ГОСТ Р 51901.15-2005. Менеджмент риска. Применение марковских методов.
3. ГОСТ Р 51901.14-2005 Менеджмент риска. Метод структурной схемы надежности.
4. Marvin Rausand, Arnljot Hoyland System Reliability Theory: Models, Statistical Methods, and Applications. 2nd ed. New Jersey: WILEY, 2004.
5. Надежность и эффективность в технике: Справочник. В 10 т./Ред. совет: В. С. Авдуевский (пред.) и др. –М.:Машиностроение, 1987. — (В пер.), Т. 2: Математические методы в теории надежности и эффективности/Под общей ред. Б. В. Гнеденко — 280 с.
6. ГОСТ 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.
7. Козлов Б. А., Ушаков И. А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. М.: "Советское радио 1975. 472 с.
8. Львовский Е. Н. Статистические методы построения эмпирических формул: Учеб. пособие для вузов. — 2-е изд.б перераб. и доп. — М.: Высш. шк.б 1988.—239 с.: кл.
9. РД 50-690-89 Методические указания. Надежность в технике. Методы оценки показателей надежности по экспериментальным данным.
10. Косточкин В. В. Надежность авиационных двигателей и силовых установок. М., «Машиностроение», 1976, 248 с.
11. Половко А. М., Гуров С. В. Основы теории надежности. Практикум. — СПб.: БХВ-Петербург, 2006. — 560 с.

12. Буре В. М., Парилина Е. М., Седаков А. А., Шевкопляс Е. В., Прикладная статистика в R, STATISTICA и Excel. Описательная статистика. Оценивание параметров. Статистические критерии / учеб. пособие. — СПб., 2011. — 104 с.
13. Лемешко Б. Ю. Критерии проверки отклонения распределения от нормального закона. НГУ, 2014.
14. Буре В. М., Евсеев Е. А. Основы эконометрики. СПбГУ, 2004.
15. Белоусова М. В, Булатов В. В Методика перевода значения средней наработки на отказ из циклов в километры пробега // Надежность. 2018. Т. 18, № 2. С. 38–41.
16. Белоусова М. В, Булатов В. В Применение RAM Commander для расчета параметра потока отказов на примере распашных дверей пассажирских вагонов // XIX Международная молодежная научная конференция «Севергеозкотех-2018», 21–23 марта 2018 г.: материалы конференции.

Приложения

Здесь приведем коды скриптов и функций, написанных в процессе выполнения данной работы. Все они выполнены в среде Matlab на встроенном языке.

Скрипт main.m

Программа находит строит графики решений систем уравнений Колмогорова, вычисляются вероятности безотказной работы.

```
1 close all
2 clear all
3 clc
4
5 % для первого примера первого блока
6 [T,Y] = ode45(@rigid_7,[0 5],[1 0 0 0 0 0 0]);
7 plot(T,Y)
8 legend('P_{111}','P_{011}','P_{101}','P_{001}','P_{100}','P_{110}','P_{010}')
9 xlabel('Время')
10 ylabel('Вероятность отказа')
11 Y_7 = Y(size(Y,1),:);
12 Q1 = Y_7(2) + Y_7(4) + Y_7(5) + Y_7(7)
13
14 % для первого примера второго блока и для второго примера
15 figure
16 [T,Y] = ode45(@rigid_3,[0 5],[1 0 0]);
17 plot(T,Y)
18 legend('P_{11}','P_{01}','P_{10}')
19 xlabel('Время')
20 ylabel('Вероятность отказа')
21 Y_3 = Y(size(Y,1),:);
22 Q2 = Y_3(2) + Y_3(3)
23
24 disp('Вероятности безотказной работы для 1 и 2 примера');
25 P1 = 1 - Q1*Q2
26 P2 = 1 - Q1^3
```

Функция rigid3.m

```
1 uncton dp = rigid_3(t,p)
2 a1 = 2; % лямбда 1
3 a2 = 3; % лямбда 2
4 b1 = 5; % мю 1
5 b2 = 6; % мю 2
6 dp = zeros(3,1);
7 dp(1) = -(a1+a2)*p(1) + b1*p(2) + b2*p(3);
8 dp(2) = -b1*p(2) + a1*p(1);
9 dp(3) = -b2*p(3) + a2*p(1);
```

10 end

Функция rigid7.m

```
1 function dp = rigid_7(t,p)
2 a1 = 2; % лямбда 1
3 a2 = 3; % лямбда 2
4 b1 = 5; % мио 1
5 b2 = 6; % мио 2
6 dp = zeros(7,1);
7 dp(1) = -(a1+2*a2)*p(1) + b1*p(2) + b2*(p(3)+p(6));
8 dp(2) = - b1*p(2) + a1*p(1);
9 dp(3) = -(b2+a1+a2)*p(3) + a2*p(1) + b1*p(4) + b2*p(5);
10 dp(4) = - b1*p(4) + a1*p(3);
11 dp(5) = - 2*b2*p(5) + a2*(p(3)+p(6));
12 dp(6) = -(b2+a1+a2)*p(6) + a2*p(1) + b2*p(5) + b1*p(7);
13 dp(7) = - b1*p(7) + a1*p(6);
14 end
```

Регрессия

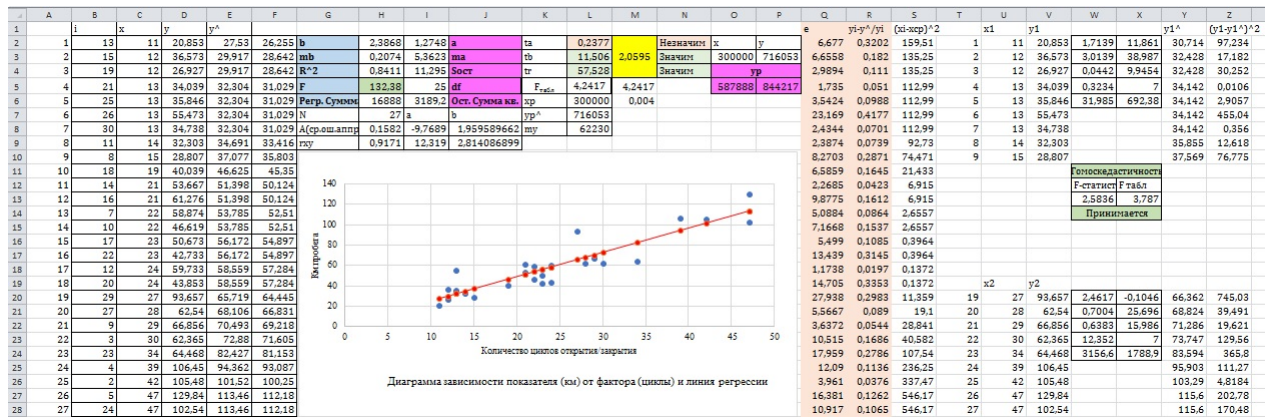


Рис. 16. Построение и верификация парной линейной регрессии

Скрипт Weibull.m

Программа находит параметры распределения Вейбулла. На вход подается вектор наработок до отказа t и продолжительность испытаний T .

```
1
2 N = 610;
3
4 t = [17;19;25;41;137;137;230];
5
6 T = 365;
7
8 f = @(x)[-1/x(1)+sum((t.^x(2))/(x(1).^2))+(N-length(t))*(T.^x(2))/(x(1).^2);...
```

```

9      1/x(2)+sum(log(t).*(1-(t.^x(2))/x(1)))+(N-length(t))*(-(T^x(2))/x(1)*log(T));
10
11
12  x0 = [420, 2.858526];
13
14  x_solved = fsolve(f,x0);

```

Скрипт mrr3.m

Программа находит параметры нормального распределения. На вход подается вектор наработок до отказа t и продолжительность испытаний T .

```

1
2  N = 610;
3
4  t = [17;19;25;41;137;137;230];
5
6  T = 365;
7
8  f = @(x)[-1/x(1)+sum((t.^x(2))/(x(1).^2))+(N-length(t))*(T.^x(2))/(x(1).^2);...
9      1/x(2)+sum(log(t).*(1-(t.^x(2))/x(1)))+(N-length(t))*(-(T^x(2))/x(1)*log(T))];
10
11
12  x0 = [420, 2.858526];
13
14  x_solved = fsolve(f,x0);

```